114 學年度四技二專第四次聯合模擬考試
共同科目　數學(C)卷　詳解

數學(C)卷 114-4-C

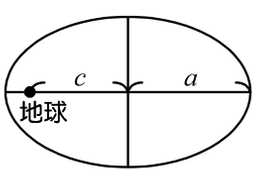
1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20	21	22	23	24	25
C	B	B	D	A	D	C	B	C	A	D	C	B	C	D	A	A	B	A	D	C	A	C	B	D

1. $115°$是第二象限角 $\Rightarrow \sin 115°>0$ 且 $\cot 115°<0$
因爲 $2026°=360°\times 5+226°$
所以 $2026°$ 是第三象限角
$\Rightarrow \cos 2026°<0$ 且 $\tan 2026°>0$
則 $\dfrac{\sin 115°}{\cos 2026°}<0$ 且 $\tan 2026°\cdot\cot 115°<0$
得 P 點爲 $(-,-)$ 在第三象限
故選(C)

2. 由餘式定理可得
$f(1)=a+b-3=6$ 且 $f(-1)=-a+b-3=-8$
$\Rightarrow a=7$ 、 $b=2$
所求 $=C_2^7=\dfrac{7\times 6}{2}=21$
故選(B)

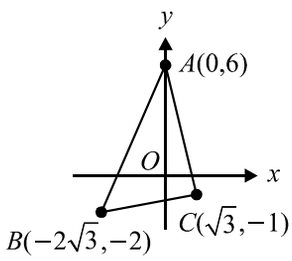
3. 對數有意義→①底數>0 且底數$\neq 1$；②眞數>0
①底數部分： $2x-1>0$ 且 $2x-1\neq 1$
$x>\dfrac{1}{2}$ 且 $x\neq 1$
②眞數部分： $-3x^2+7x+6>0\Rightarrow 3x^2-7x-6<0$
$\Rightarrow (x-3)(3x+2)<0\Rightarrow -\dfrac{2}{3}<x<3$
由①②知： $\dfrac{1}{2}<x<3$ 且 $x\neq 1$
$\therefore x=2$ ，即 x 值只有 1 個
故選(B)

4. 先選投球姿勢 C_1^4 ，再選球種類 C_1^3 ，最後選好球區 C_1^9 ，共 $4\times 3\times 9=108$ 種，故選(D)

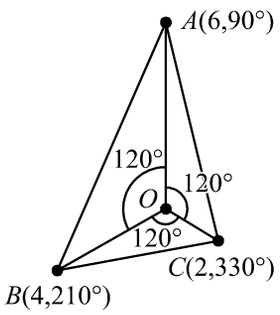
5. 

依題意可設
橢圓中心到長軸頂點距離爲 a ，中心到焦點距離爲 c
則 $\begin{cases}a+c=90000\\ a-c=10000\end{cases}$
解得 $a=50000$ 、 $c=40000$
則短軸長的一半 $b=\sqrt{a^2-c^2}=30000$
得橢圓正焦弦長爲 $\dfrac{2b^2}{a}=\dfrac{2\times(30000)^2}{50000}=36000$
故選(A)

6. 將極坐標 $A(6,90°)$ 、 $B(4,210°)$ 、 $C(2,330°)$ 換成平面坐標 $A(0,6)$ 、 $B(-2\sqrt{3},-2)$ 、 $C(\sqrt{3},-1)$



如上圖所示
$\overrightarrow{AB}=(-2\sqrt{3},-8)$ 、 $\overrightarrow{AC}=(\sqrt{3},-7)$
所以 ΔABC 的面積 $=\dfrac{1}{2}\left|\begin{vmatrix}-2\sqrt{3} & -8\\ \sqrt{3} & -7\end{vmatrix}\right|=11\sqrt{3}$
故選(D)
[另解]



所求 $=\Delta OAB+\Delta OBC+\Delta OAC$
$=\dfrac{1}{2}\cdot 6\cdot 4\sin 120°+\dfrac{1}{2}\cdot 4\cdot 2\sin 120°+\dfrac{1}{2}\cdot 6\cdot 2\sin 120°$
$=6\sqrt{3}+2\sqrt{3}+3\sqrt{3}$
$=11\sqrt{3}$
故選(D)

7. 由雙曲線方程式的定義可知焦點爲 $(4,-2)$、$(-6,-2)$
貫軸長 $2a=8\Rightarrow a=4$ ，兩焦點距離爲 $2c$
$\Rightarrow c=\dfrac{1}{2}\sqrt{(-6-4)^2+[-2-(-2)]^2}=5$
且 $c^2=a^2+b^2$ ，所以 $b=\sqrt{c^2-a^2}=\sqrt{5^2-4^2}=3$ ，共軛軸長 $2b=6$
故選(C)

8. $\sum_{k=1}^{5}(ak+b)$
$=(a+b)+(2a+b)+(3a+b)+(4a+b)+(5a+b)=10$
$\Rightarrow 15a+5b=10$
$\Rightarrow 3a+b=2$
$\sum_{k=4}^{7}(ak-b)$
$=(4a-b)+(5a-b)+(6a-b)+(7a-b)=26$

$\Rightarrow 22a-4b=26$

$\Rightarrow 11a-2b=13$

$\begin{cases}3a+b=2\\11a-2b=13\end{cases}\Rightarrow a=1\ 、\ b=-1\Rightarrow a-b=2$

故選(B)

[另解]

$\because \sum_{k=1}^{5}(ak+b)=a\sum_{k=1}^{5}k+\sum_{k=1}^{5}b=a\times\frac{(1+5)\times5}{2}+5b$

$=15a+5b=10$

$\therefore 3a+b=2\cdots①$

$\because \sum_{k=4}^{7}(ak-b)=a\sum_{k=4}^{7}k-\sum_{k=4}^{7}b=a\times\frac{(4+7)\times4}{2}-4b$

$=22a-4b=26$

$\therefore 11a-2b=13\cdots②$

解①② $\Rightarrow a=1\ 、\ b=-1\Rightarrow a-b=2$ ，故選(B)

9. 原式 $=\frac{\sin(-\theta)}{\cos(90°-\theta)}-\frac{\tan(360°-\theta)}{\cot(90°+\theta)}+\frac{\sec(180°-\theta)}{\csc(270°-\theta)}$

$=\frac{-\sin\theta}{\sin\theta}-\frac{-\tan\theta}{-\tan\theta}+\frac{-\sec\theta}{-\sec\theta}=-1$

故選(C)

10. 設爸爸施力爲 $\vec{a}$ ，且 $|\vec{a}|=x$

設媽媽施力爲 $\vec{b}$ ，則 $|\vec{b}|=6$

設寶貝重量爲 $\vec{c}$ ，則 $|\vec{c}|=14$

又 $\vec{a}\cdot\vec{b}=|\vec{a}|\cdot|\vec{b}|\cdot\cos60°=3x$

因爲達到平衡，所以

$\vec{a}+\vec{b}+\vec{c}=\vec{0}\Rightarrow\vec{a}+\vec{b}=-\vec{c}$

$\Rightarrow|\vec{a}+\vec{b}|=|\vec{c}|$

$\Rightarrow|\vec{a}+\vec{b}|^2=|\vec{c}|^2$

$\Rightarrow|\vec{a}|^2+2\vec{a}\cdot\vec{b}+|\vec{b}|^2=|\vec{c}|^2$

$\Rightarrow x^2+2\cdot3x+6^2=14^2$

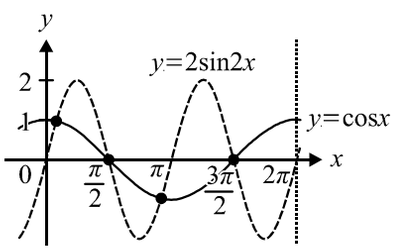
$\Rightarrow x^2+6x-160=0$

$\Rightarrow(x-10)(x+16)=0$

$\Rightarrow x=10$ 或 $x=-16$ (不合)

故選(A)

11.



由上圖可知：

實線爲 $y=\cos x$ 圖形，虛線爲 $y=2\sin2x$ 圖形，兩個圖形在 $0\le x\le2\pi$ 共有 4 個交點，故選(D)

[另解]

$\cos x=2\sin2x$

$\Rightarrow\cos x=2\times2\sin x\cos x$

$\Rightarrow(4\sin x-1)\cos x=0$

$\Rightarrow\sin x=\frac{1}{4}$ 或 $\cos x=0$

$\sin x=\frac{1}{4}$ 有 2 個解、 $\cos x=0\Rightarrow x=\frac{\pi}{2}$ 或 $\frac{3}{2}\pi$

共有 4 個解，故選(D)

12. 選 2：$(2,3,4)+(5,5,5)+(3,3)$→○

選 3：$(3,3,3)+(3,4,5)+(5,5)$→○

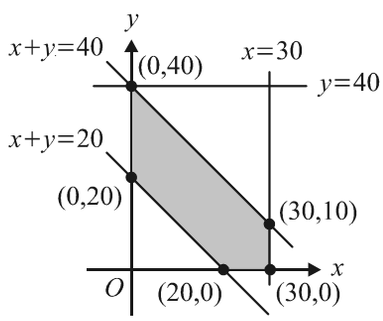
選 4：$(3,3,3)+(5,5,5)+(4,4)$→○

選 5：$(3,4,5)+(5,5,5)+(3,3)$→○

選 6：$(3,3,3)+(4,5,6)+(5,5)$→○

共 5 種，故選(C)

13.



依題意畫圖，如上圖所示，所圍成的區域面積爲

$\frac{(10+40)\times30}{2}-\frac{1}{2}\times20\times20=750-200=550$ ，故選(B)

14. 依題意可知：

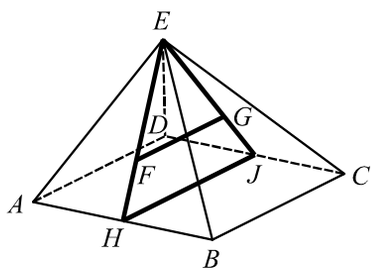
x 個月後同尺寸的晶片上之積體電路的電晶體數目函數爲 $f(x)=1000\times2^{\frac{x}{24}}$

5 年爲 60 個月，則 $f(60)=1000\times2^{\frac{60}{24}}=1000\times2^{\frac{5}{2}}$

$=1000\times\sqrt{2^5}=4000\sqrt{2}\approx4000\times1.414=5656$

故選(C)

15.



取 A、B 的中點爲 H，C、D 的中點爲 J，連接 $\overline{HJ}$，如上圖

因爲 F 爲正 ΔABE 重心，所以 $\frac{\overline{EF}}{\overline{FH}}=\frac{2}{1}$

又因爲 G 爲正 ΔCDE 重心，所以 $\frac{\overline{EG}}{\overline{GJ}}=\frac{2}{1}$

$\Rightarrow\overline{FG}//\overline{HJ}$ ，在 ΔEHJ 中

$\frac{\overline{FG}}{\overline{HJ}}=\frac{\overline{EF}}{\overline{EH}}=\frac{2}{3}\Rightarrow\overline{FG}=\frac{2}{3}\times\overline{HJ}=\frac{2}{3}\times6=4$

故選(D)

16. $\because a_1\ 、\ a_2\ 、\ a_3\ 、\ a_4\ 、\ a_5$ 成等差

$\therefore$設公差爲 d

則 5 數爲 $a_1\ ,\ a_1+d\ ,\ a_1+2d\ ,\ a_1+3d\ ,\ a_1+4d$

又 $a_1\ 、\ a_2\ 、\ a_4$ 成等比 $\Rightarrow a_1\cdot(a_1+3d)=(a_1+d)^2$

$\Rightarrow a_1d=d^2\Rightarrow d(a_1-d)=0$

$\Rightarrow d=0$ (不合　$\because 5$ 數爲相異實數)或 $a_1=d$

又 $a_1+a_2=6\Rightarrow a_1+2a_1=6\Rightarrow a_1=2=d$

則 $a_2+a_3+a_5=4+6+10=20$

故選(A)

17. $\begin{bmatrix}1&0&0&-1\\0&1&0&2\\0&0&1&3\end{bmatrix}$ 視爲增廣矩陣 $\Rightarrow x=-1$、$y=2$、$z=3$

代回原矩陣視爲增廣矩陣的方程式 $\begin{cases}ax+2y-z=-2\\by+2z=2\\x-2y+3z=c\end{cases}$

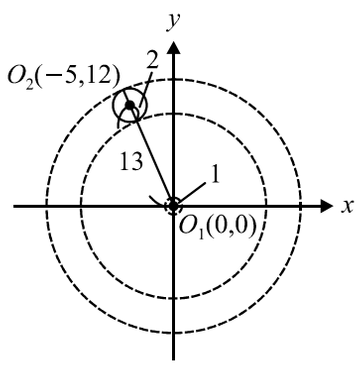
可得 $\begin{cases}-a+4-3=-2\\2b+6=2\\-1-4+9=c\end{cases}$

$\Rightarrow a=3$、$b=-2$、$c=4$

則 $a+b+c=3+(-2)+4=5$

故選(A)

18.



如上圖所示，圓心 $O_1(0\,,0)$，半徑 $r_1=1$

圓心 $O_2(-5\,,12)$，半徑 $r_2=2$

$\overline{O_1O_2}=\sqrt{(-5-0)^2+(12-0)^2}=13$

則第一次接觸時，爲兩圓外切，即 $m=(13-2)^2=121$

完全擄獲時，爲兩圓內切，即 $n=(13+2)^2=225$

所以 $m-n=121-225=-104$，故選(B)

19. $\because x=4$ 代到分母爲 0 且極限值存在

$\therefore ax^2-3x+b$ 有 $x-4$ 的因式

$\Rightarrow 16a-12+b=0\Rightarrow b=12-16a$

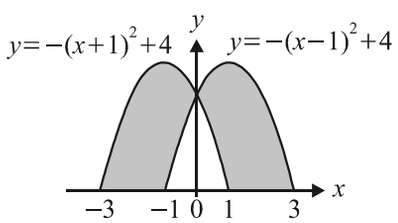
$\lim\limits_{x\to4}\dfrac{ax^2-3x+b}{x^2-5x+4}=\lim\limits_{x\to4}\dfrac{ax^2-3x+(12-16a)}{x^2-5x+4}$

$=\lim\limits_{x\to4}\dfrac{a(x^2-16)-3(x-4)}{(x-4)(x-1)}=\lim\limits_{x\to4}\dfrac{a(x+4)-3}{x-1}$

$=\dfrac{8a-3}{4-1}=\dfrac{5}{3}$

得 $a=1$ 及 $b=-4$，所以 $a-b=5$，故選(A)

20.



由上圖可知：左右圖形對稱 y 軸，左邊面積爲

$\int_{-3}^{0}[-(x+1)^2+4]dx-\int_{-1}^{0}[-(x-1)^2+4]dx$

$=\int_{-3}^{0}(-x^2-2x+3)dx-\int_{-1}^{0}(-x^2+2x+3)dx$

$=(-\frac{1}{3}x^3-x^2+3x)\Big|_{-3}^{0}-(-\frac{1}{3}x^3+x^2+3x)\Big|_{-1}^{0}$

$=9-\dfrac{5}{3}=\dfrac{22}{3}$，所以總面積爲 $\dfrac{22}{3}\times2=\dfrac{44}{3}$

故選(D)

21. (A) ×：無窮等比級數的公比爲 2，爲發散級數，其和不存在

(B) ×：$1.\overline{9}=1+0.\overline{9}=1+\dfrac{9}{9}=2$

(C) ○：$\lim\limits_{n\to\infty}\dfrac{2+4+6+\cdots+2n}{n^2}=\lim\limits_{n\to\infty}\dfrac{\frac{(2+2n)\times n}{2}}{n^2}$

$=\lim\limits_{n\to\infty}\dfrac{n^2+n}{n^2}=1$

(D) ×：$\int_1^6 f(x)dx=R_1-R_2=5-3=2$

故選(C)

22. 已知切點爲 $(-1\,,1)$，切線斜率爲 $f'(-1)$

$f(x)=-x^3\Rightarrow f'(x)=-3x^2\Rightarrow f'(-1)=-3$

所以直線方程式爲 $y-1=-3(x+1)\Rightarrow 3x+y+2=0$

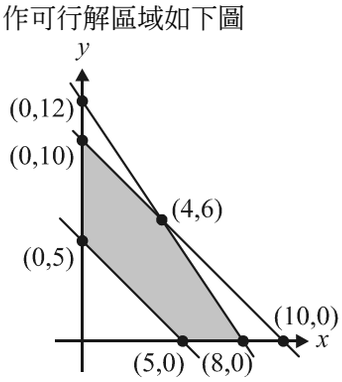
故選(A)

23. 設每週打桌球 x 小時，健身 y 小時，則

$\begin{cases}x\ge0\,,\,y\ge0\\5\le x+y\le10\\60x+40y\le480\end{cases}\Rightarrow\begin{cases}x\ge0\,,\,y\ge0\\5\le x+y\le10\\3x+2y\le24\end{cases}$

目標函數爲 $f(x\,,y)=350x+250y$ 的最大值

作可行解區域如下圖



將各頂點代入 $f(x\,,y)$ 可得

$f(0\,,5)=1250$

$f(5\,,0)=1750$

$f(8\,,0)=2800$

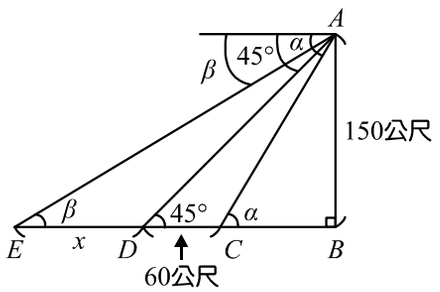
$f(4\,,6)=2900$

$f(0\,,10)=2500$

所以消耗最多的熱量爲 2900 大卡

故選(C)

24.



如上圖所示，設公園 E 點與學校 D 點的距離爲 x

$\overline{BC}=\overline{BD}-\overline{CD}=150-60=90$

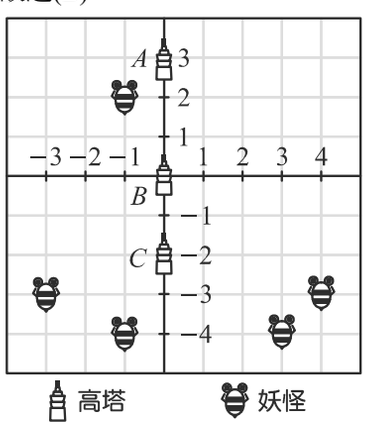
在 ΔABC 中，$\tan\alpha=\dfrac{\overline{AB}}{\overline{BC}}=\dfrac{150}{90}=\dfrac{5}{3}$

在 ΔABE 中，$\tan\beta=\tan(90°-\alpha)=\dfrac{\overline{AB}}{\overline{BE}}$

$\Rightarrow\cot\alpha=\dfrac{150}{150+x}\Rightarrow\dfrac{3}{5}=\dfrac{150}{150+x}\Rightarrow x=100$ (公尺)

故選(B)

25.



直線爲 $y=mx+3\Rightarrow$ 斜率爲 m 且恆過$(0\,,\,3)$，所以要先選 A 高塔

妖怪的位置只有 $(-1\,,\,2)\Rightarrow$ 此時斜率 $m=\dfrac{2-3}{-1-0}=1$

$(-3\,,\,-3)\Rightarrow$ 此時斜率 $m=\dfrac{-3-3}{-3-0}=2$

$(-1\,,\,-4)\Rightarrow$ 此時斜率 $m=\dfrac{-4-3}{-1-0}=7$

$(3\,,\,-4)\Rightarrow$ 此時斜率 $m=\dfrac{-4-3}{3-0}=-\dfrac{7}{3}$

$(4\,,\,-3)\Rightarrow$ 此時斜率 $m=\dfrac{-3-3}{4-0}=-\dfrac{3}{2}$

所以可以消滅妖怪的斜率 m 有 $-\dfrac{7}{3}$ 、 $-\dfrac{3}{2}$ 、1、2、7

故選(D)